УДК 338.27
ББК 65.23

© Ивин Е.А., Курбацкий А.Н., Словеснов А.В.

ОБ ОЦЕНИВАНИИ ВРЕМЕНИ РАБОТЫ УПРАВЛЯЮЩЕГО ФОНДОМ АКЦИЙ


ИВИН ЕВГЕНИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ
кандидат физико-математических наук, заместитель заведующего кафедрой эконометрики и математических методов экономики. Московская школа экономики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»
E-mail: evg.ivin@gmail.com


КУРБАЦКИЙ АЛЕКСЕЙ НИКОЛАЕВИЧ
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры эконометрики и математических методов экономики. Московская школа экономики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»
E-mail: akurbatskiy@gmail.com


СЛОВЕСНОВ АЛЕКСАНДР ВИКТОРОВИЧ
кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры математического анализа. Механико-математический факультет федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»
E-mail: alexslovesnov@yandex.ru

В работе анализируются показатели доходности ведущих российских паевых инвестиционных фондов и индекса ММВБ. С использованием различных методов была дана оценка снизу времени, которое необходимо руководству компании для того, чтобы сделать обоснованные выводы о качестве работы управляющего фондом. В статье также показано, что выбор индекса ММВБ в качестве бенчмарка не всегда адекватен, и в конце работы предложен универсальный индекс, а также код программы для возможности его использовании в программе MS Excel. При рассмотрении вопроса об инвестировании в акции, как правило, анализируются два момента: доход, на который может рассчитывать инвестор, и срок, по истечении которого акции реализуют свой потенциал. В этой статье затронуты оба вопроса и показано, сколько времени необходимо для надежной оценки доходности выбранного фонда. Выводы опираются на исторические данные о доходности и волатильности акций, которые наблюдались на российском рынке последние *семь лет. Полученную в работе оценку временного интервала можно назвать средним сроком реализации инвестиционной идеи в акциях. Следовательно, если инвестор по итогам года не заработал на акциях, то это не значит, что его инвестиция изначально была неправильной – ему просто могло не повезти. Иными словами, наши результаты показывают, что не стоит вкладываться в российские акции с горизонтом меньшим, чем 1,5 – 2,5 года. Аналогичная ситуация наблюдается и для фондов акций. Конечно, непрофессионалам фондового рынка лучше выбирать ПИФ как способ инвестирования в акции, однако в любом случае не стоит доверять консультантам, которые обещают доход уже через несколько месяцев.*

Управляющий фондом, российский фондовый рынок, испытательный срок, взвешенный индекс.

Данная статья представляет собой исследование, которое провели авторы по просьбе аналитиков управляющей компании «Альфа-Капитал». В работе рассматривается проблема оценки качества управления паевым инвестиционным фондом. Эта проблема является актуальной для руководства управляющих компаний, которое рассматривает действия управляющего со стороны работодателя, и инвесторов, анализирующих показатели различных фондов при выборе наилучшего в смысле доходности или соотношения «доходность-риск» [9]. Если говорить о российском фондовом рынке, то оценка, как правило, сводится к сравнению показателей фонда с соответствующими характеристиками российского эталона – индекса ММВБ. При этом и менеджмент компаний, и инвесторы, стремясь к мгновенной выгоде, при принятии решений ограничиваются рассмотрением краткосрочных периодов. Действительно, клиент может вывести деньги после одного неудачного месяца, а управляющего могут уволить после испытательного срока в три месяца. Выбор в пользу краткосрочных периодов может показаться очевидным, тем не менее, на наш взгляд, он является по крайней мере необоснованным. Каждый управляющий наполняет свой фонд инвестиционными идеями, но он может лишь приблизительно оценить вероятность, с которой они сработают. Вполне может так случиться, что часть его идей не реализовалась вообще или реализовалась по непредсказуемому сценарию.

Так уж сложилось, что в России проблеме качества работы управляющего не уделялось должного внимания, и этому есть свое объяснение. До недавнего времени индекс ММВБ показывал уверенный рост, в среднем на 50% годовых. Поэтому инвесторов паевых фондов акций не слишком интересовал вопрос, заработал ли управляющий 45% или 55%. В данной статье мы попытаемся оценить время, необходимое для принятия решения о качестве работы управляющего, и покажем, что краткосрочные периоды не являются априори оптимальными и что не стоит инвестировать в российские акции с горизонтом в несколько месяцев.

Метод 1: параметрический статистический анализ

Подготовительный анализ данных

Показатели фонда, такие как доходность и волатильность, точно предсказать невозможно, тем не менее пределы, в которых они изменяются, вполне поддаются прогнозированию. Это приводит к естественному выводу о построении доверительных интервалов для этих характеристик. Длина $2E$ интервала и уровень доверия $\beta=1-\alpha$, которые мы себе разрешаем, позволяют определить необходимый объем выборки по формуле $n=\left(\frac{t_\alpha s}{E}\right)^2$, где S – это выборочное стандартное отклонение, а t_α – квантиль уровня α, то есть значение, которое определяется по α. Итак, разрешая среднему значению доходности фонда находиться в определенном выгодном диапазоне, мы можем вычислить минимальное время, которое необходимо для того, чтобы среднее значение доходности индекса с большой вероятностью находилось в этом диапазоне.

В работе мы предполагаем, что значения пая фонда и индекса являются случайными величинами. Пусть x_t является значением индекса в момент времени t, а x_{t-1} – его значение в предыдущий момент. Для сокращения объема вычислений мы воспользуемся недельными значениями индексов, то есть мы рассматриваем только котировку индекса в последний день рабочей недели. И проанализируем два временных периода: с 2005 по 2006 год и с 2005 по 2012 год. Первый представляет интерес, поскольку в течение него наблюдались стабильность и хороший рост, а второй необходим для понимания общей картины происходящего на рынке ценных бумаг. Выберем два фонда. Основные критерии для отбора фонда:

1) общий фонд акций (бенчмарк – индекс ММВБ);

2) существует с 2005 года или раньше;

3) объем активов под управлением (в среднем за последние пять лет) не меньше 300 млн рублей;

4) стратегия фонда существенно не менялась с 2005 года.

Для начала проверим гипотезу о нормальном распределении относительных изменений $\ln\frac{x_t}{x_{t-1}}:$ N. Это предположение достаточно популярно в финансовой литературе [5].

При проведении теста на нормальность были вычислены значения статистики Колмогорова-Смирнова с поправкой Лильефорса[1]. Как и ожидалось, для исходных данных гипотеза о нормальности была отвергнута. Связано это с тем, что критерии согласия чувствительны к нехарактерным наблюдениям (выбросам), которые сильно влияют на дисперсию и, соответственно, на вид функции нормального распределения, с которой происходит сравнение. Различные особенности одномерных распределений логарифмов относительных изменений, такие как, например, «тяжелые хвосты», подробно обсуждаются в книге А.Н. Ширяева [6, с. 355].

Исходя из этого рассмотрим «цензурированные» данные, исключив десять дней с наибольшими по абсолютной величине изменениями индекса ММВБ[2] (что примерно соответствует изменениям более чем на 10%). Выделим две основные причины, по которым сильные движения действительно можно исключить:

1) закрытие маржинальных позиций, приводящие к еще большему росту/падению индекса;

2) остановка торгов по некоторым бумагам в случае сильных движений (например, в 2008 году торги останавливались несколько раз по всем бумагам[3]).

Обратим внимание на то, что отсеивание нехарактерных наблюдений может лишь уменьшить оценку времени снизу, поэтому для нашей задачи такое действие является вполне допустимым *(табл. 1)*.

Результаты таблицы 1 свидетельствуют о том, что для данных без сильно вы

---

[1] Вопрос об оценке мощностей различных критериев согласия рассмотрен, например, в статьях Engle R. F. Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice : American Economic Review / American Economic Association. – 2004. – Vol. 94 (3). – P. 405–420; Rossi E., Fantazzini D. Long memory and Periodicity in Intraday Volatility : DEM Working Papers Series 015 / University of Pavia ; Department of Economics and Management, 2012.

[2] На самом деле отсеять можно и меньше данных.

[3] Такие кратковременные воздействия на временной ряд называют интервенцией.

Таблица 1. **Тест на нормальность для цензурированной выборки**

Показатель	Фонд 1	Фонд 2	ММВБ
Статистика К-С(Л)*	0,61	0,84	0,68
Число степеней свободы	95	95	95
Минимальный уровень значимости	0,2*	0,11	0,2*
* Нижняя граница для истинного значения.			

деляющихся значений у нас нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении относительных изменений индексов даже при 10% уровне значимости.

Наличие выборок из нормальных генеральных совокупностей дает возможность использования средств параметрического статистического анализа при проверке гипотез и построении доверительных интервалов.

Сравнительный анализ фондов и индекса ММВБ за 2005 – 2006 гг.

Перейдем теперь к вычислению и анализу основных числовых характеристик выборок – средних и стандартных отклонений *(табл. 2)*.

Таблица 2. **Основные выборочные характеристики доходностей за период с 2005 по 2006 год**

Показатель	Фонд 1	Фонд 2	ММВБ
Среднее	0,0129	0,0081	0,0147
Стандартное отклонение	0,0243	0,0233	0,0310
Коэффициент Шарпа	0,5308	0,3471	0,4729

Отметим сильное отличие между стандартными отклонениями фондов и индекса.

Тот факт, что волатильность управляемого фонда несколько ниже, чем у индекса ММВБ, имеет несколько объяснений. Приведем здесь некоторые из них.

1. Как правило, в фонде всегда есть некоторая денежная позиция (т. е. не проинвестированная в акции), которая снижает волатильность портфеля.

2. Стоимость пая фонда рассчитывается исходя из средневзвешенных цен акций за предыдущий день, а значение индекса ММВБ – исходя из цен закрытия, поэтому средневзвешенные цены менее волатильны.

Теперь стоит сказать несколько слов о коэффициенте Шарпа, который является отношением средней доходности к волатильности. Им часто пользуются, когда хотят охарактеризовать качество фондов одним числом – чем он больше, тем фонд лучше (в нашем случае видим, что у Фонда 1 значение коэффициента больше, чем у индекса ММВБ, а коэффициент последнего больше, чем у Фонда 2). Однако этот показатель не делает различий между колебаниями вверх и вниз, поэтому не может являться показательной мерой риска. По аналогичной причине не является показательной и волатильность. Большие отклонения в положительную сторону от среднего, конечно, выгодны для управляющего, но если бы они были сколько-нибудь регулярными и не чередовались с аналогичными провалами, то это вызвало бы рост средней доходности. Редкие же скачки такого рода, как правило, обусловлены рынком, а не качеством управляющего, и не могут повлечь существенного увеличения средней доходности фонда. Поэтому, ставя перед собой задачу оценить срок, по истечении которого можно делать надежный вывод о качестве управления фондом, мы исходим из того, что главный показатель – это средняя доходность фонда.

Доверительный интервал для среднего имеет вид [1] $(\bar{x} - E; \bar{x} + E)$, где E – точность доверительного интервала, которая вычисляется по формуле $E = t_\alpha(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$, а $t_\alpha(n-1)$ – квантиль уровня $\frac{\alpha}{2}$ с $n-1$ степенью свободы. Объем выборки обозначен как n, а оценка стандартного отклонения – s. Чтобы определить объем выборки, необходимый для построения доверительного интервала с заданным уровнем доверия, нужно задать точность E последнего и воспользоваться формулой

$$n=\left(\frac{t_{\alpha}(n-1)s}{E}\right)^2$$

Результаты, которые приведены в таблице 2, говорят о том, что мы не можем утверждать наличие значимой разницы в средних индекса ММВБ и Фонда 1. Поскольку у нас нет оснований предполагать разницу в средних, то положим точность E доверительного интервала равной половине среднего значения, тогда

$$n=\left[\left(\frac{t_{\alpha}s}{E}\right)^2\right]+1=57\,, \qquad (1)$$

Применяя такой же подход для индекса ММВБ, находим *n = 76.*

Таким образом, мы приходим к выводу о том, что для построения двух 95%-х доверительных интервалов для средней доходности фонда и индекса ММВБ необходимо приблизительно 1,5 года.

Сравнительный анализ фондов и индекса ММВБ за 2005 – 2012 гг.

Аналогичные выкладки, проведенные для Фонда 1 и индекса ММВБ по данным за период с января 2005 по май 2012 года, показывают, что в этом случае необходимое время увеличивается. Даже если положить точность доверительного интервала равной среднему значению, то для построения доверительного интервала требуется не менее двух лет. Максимальное значение $n=132$ недели *(табл. 3)* соответствуют 2,5 годам.

Таблица 3. **Основные выборочные характеристики доходностей за период с 2005 по 2012 год**

Показатель	Фонд 1	ММВБ
Среднее	0,005	0,006
Стандартное отклонение	0,031	0,032
Коэффициент Шарпа	0,171	0,202
Объем выборки	132	95
Примечание: Доверительный интервал можно было бы ограничить только слева, чтобы допускать сильные движения в положительном направлении, но в силу маленькой вероятности таких скачков окончательное значение *n* от этого существенно не изменится.		

Анализ разности доходности фонда и индекса ММВБ

Построение доверительного интервала для средней доходности не дает нам возможности явно сравнить доходности управляемых и индексных фондов. В свою очередь построение доверительного интервала для разности доходностей за продолжительный промежуток времени не дает сколько-нибудь полезной информации. Связано последнее с тем, что разность средних близка к нулю и на порядок меньше волатильности (см. табл. 5), поэтому доверительный интервал получается очень широким.

Не имея возможности сравнивать значения разностей, будем учитывать только факт превосходства фонда над индексом, то есть больше ли нуля разность их доходностей. Если фонд обыгрывает индекс, то имеются все основания считать, что доля положительных разностей будет больше доли отрицательных значений разности. Исходя из этого мы и построим доверительный интервал для доли и определим необходимый для этого объем выборки по формуле $n=\hat{p}\hat{q}\left(\frac{z_{\alpha}}{E}\right)^2$ где $\hat{p}$ – доля значений фонда, которые превосходят индекс, $\hat{q}=1-\hat{p}$. По данным с 2005 по 2012 год $\hat{p}=0{,}51$. Таким образом, разрешая отклонения от выборочной доли на 10%, то есть при E = 0,1, мы получим n = 95. Заметим, что при этом реальные показатели доходности остаются в стороне, поэтому данный вывод служит лишь некоторым подтверждением предыдущему результату.

Метод 2: Применение статистического R/S-анализа

Теперь мы рассмотрим подход, который учитывает феномен долгой памяти в статистических данных. Основоположниками метода является Г. Харст [10], а также Б. Мандельброт [11-14], особый интерес для нас представляют работы

Е. Питерса. В работах данных авторов описывается применение R/S-анализа к финансовым рынкам. Приведем здесь методику данного подхода, следуя работам Э. Петерса, А.Н. Ширяева [3; 6].

Пусть временной ряд $S = (S_t)_{t \geq 0}$ обозначает значения финансового индекса. Образуем из данного ряда последовательность $h_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$, то есть h_t – это логарифмическая доходность в момент времени $t \geq 1$.

Для каждого натурального n образуем величины $H_n = \sum_{k=1}^{n} h_k$, и пусть $\bar{h}_n = \frac{H_n}{n}$ обозначает эмпирическое среднее. Заметим, что $H_k - \frac{k}{n} H_n = \sum_{i=1}^{k}\left(h_i - \bar{h}_n\right)$, поэтому разность означает величину отклонения H_k от эмпирического среднего $\frac{k}{n} H_n$.

Введем величину размаха этих отклонений

$$\mathrm{P}_n = \max_{k=1,\dots n}\left(\sum_{i=1}^{k}\left(h_i - \bar{h}_n\right)\right) - \min_{k=1,\dots n}\left(\sum_{i=1}^{k}\left(h_i - \bar{h}_n\right)\right) =$$

$$= \max_{k=1,\dots n}\left(H_k - \frac{k}{n} H_n\right) - \min_{k=1,\dots n}\left(H_k - \frac{k}{n} H_n\right),$$

эмпирическую дисперсию

$$\Sigma_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(h_i - \bar{h}_n\right)^2$$

и нормализованный размах накопленных сумм H_k

$$\Theta_n = \frac{\mathrm{P}_n}{\Sigma_n}$$

В предположении независимости и одинаковой распределенности величин $h_1, h_2, \dots$ распределение Θ_n не зависит от среднего значения и дисперсии величин h_k при $k \leq n$. Последнее дает возможность проверять гипотезу о том, что рассматриваемые значения индекса или пая подчиняются схеме случайного блуждания.

Если гипотеза верна, то, при больших n

$$\ln \Theta_n = \ln \frac{\mathrm{P}_n}{\Sigma_n} \approx \ln \sqrt{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \ln n$$

Таким образом, в логарифмической шкале значения $\ln \Theta_n$ должны лежать рядом с прямой $\ln \sqrt{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \ln n$, откуда возникает следующий подход для анализа индекса.

Вычисляем значения Θ_n и наносим точки ($\ln n$; $\ln \Theta_n$) на плоскость с соответствующими логарифмическими шкалами. С помощью метода наименьших квадратов находим прямую $\hat{a} + \hat{b} \ln n$. Угловой коэффициент прямой называется коэффициентом Харста и обозначается H.

Если $\hat{b}$ будет значимо отличаться от 0.5, то гипотезу о случайном блуждании следует отвергнуть.

Таким образом, R/S-анализ позволяет сравнивать рискованность того или иного фонда. При стремлении коэффициента Харста к 1 шумовая компонента процесса становится меньше. При H = 1 имеем дело со стандартным фрактальным броуновским движением $B_1(t) = t\xi$, где $\xi : N(0;1)$, которое наименее «зашумленное» в классе всех фрактальных броуновских движений с параметром $0 < H \leq 1$. Поэтому и модели, описываемые такими процессами, являются менее рискованными.

Возвращаясь к проблеме оценки качества управления фондом, а точнее, к проблеме определения момента времени, когда по показателям фонда можно делать надежные выводы о его управляющем, исследуем поведение коэффициента Харста *(табл. 4-9; рис. 1-2)*.

Из результатов анализа индекса ММВБ (см. табл. 6) мы видим, что коэффициент Харста оказался значительно больше 0.5. Причина, по всей видимости, заключается в том, что мы имеем дело с системой с долгой памятью, говорят, что сохраняется тенденция движения (например, если

Таблица 4. **Коэффициент Харста для индекса ММВБ в период с 01.2005 по 06.2006**

Квартал *K*	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
Длительность наблюдений в месяцах	3	6	9	12	15	18
Коэффициент Харста H	0,3768	0,4552	0,5071	0,4829	0,4999	0,5018

Таблица 5. **Коэффициент Харста для индекса ММВБ в период с 07.2006 по 12.2007**

Квартал *K*	K_7	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}	K_{12}
Длительность наблюдений в месяцах	21	24	27	30	33	36
Коэффициент Харста H	0,5164	0,5249	0,5327	0,5497	0,5677	0,5804

Таблица 6. **Коэффициент Харста для индекса ММВБ в период с 01.2008 по 05.2012**

Месяцы	42	48	54	60	66	72	78	84	90
H	0,6082	0,6306	0,6493	0,6542	0,649	0,6377	0,6285	0,6251	0,6258

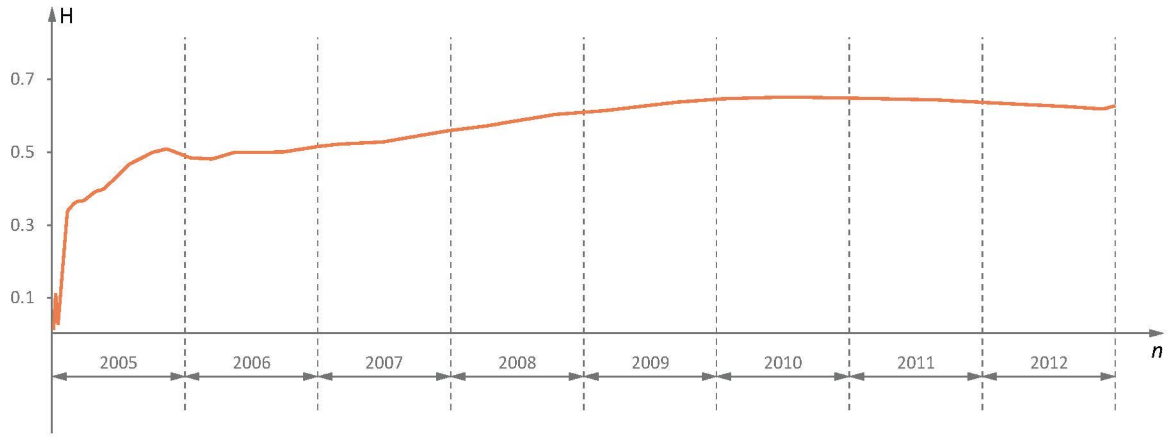

Рис. 1. **Индекс ММВБ: 2005 – 2012 гг.**

наблюдается рост, то с большой вероятностью он будет продолжаться). Таким образом, приходим к выводу, что менее рискованно иметь дело с ценными бумагами, основанными на индексе ММВБ, нежели с акциями компаний. Это легко объясняется диверсификацией, которая свойственна индексу ММВБ. Но, как уже было ранее указано, при оценке деятельности управляющего опираться на показатели риска не представляется разумным, для больших H возможны продолжительные спады, что не противоречит меньшему риску. Напротив, при меньшем шуме проявляется большая настойчивость в сохранении направления движения.

Проводя аналогичные вычисления для инвестиционного фонда, в первую очередь следует отметить некоторое превосходство параметра фрактальности для фонда над тем же показателем для индекса ММВБ. Это, по всей видимости, объясняется тем фактом, что при схожей структуре индекса и паевого фонда последний является более надежным, поскольку, как указывалось ранее, часть денежных средств остается на счетах фонда.

Из приведенных таблиц видно, что изменение коэффициента Харста для фонда не превышает 0,02 в течение полугода, начиная с 21 месяца, а стабилизация происходит около значения 0,6. Начиная со второй половины 2006 года и до середины 2012 года коэффициент Харста находится в пределах от 0,55 до 0,65[4]. Поэтому

[4] При этом стоит отметить значительное изменение параметра для индекса ММВБ с середины 2008 года до начала 2010 года.

Таблица 7. **Коэффициент Харста для фонда 1 в период с 01.2005 по 06.2006**

Инвестиционный фонд 1 01.2005 – 06.2006						
Квартал *K*	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
Длительность наблюдений в месяцах	3	6	9	12	15	18
Коэффициент Харста H	0,5022	0,5438	0,5882	0,5575	0,5357	0,5367

Таблица 8. **Коэффициент Харста для фонда 1 в период с 07.2006 по 12.2007**

Инвестиционный фонд 1 07.2006 – 12.2007						
Квартал K	K_7	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}	K_{12}
Длительность наблюдений в месяцах	21	24	27	30	33	36
Коэффициент Харста H	0,5559	0,568	0,5751	0,5871	0,5978	0,6035

Таблица 9. **Коэффициент Харста для фонда 1 в период с 01.2008 по 05.2012**

Инвестиционный фонд 1 01.2008 – 05.2012									
Месяцы	42	48	54	60	66	72	78	84	90
H	0,6124	0,6278	0,6497	0,6576	0,6537	0,6477	0,6349	0,6275	0,6302

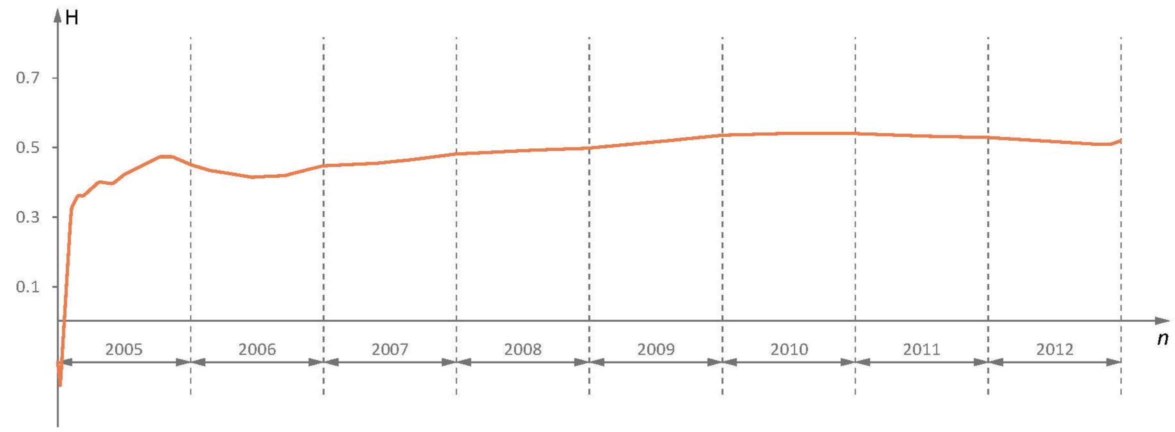

Рис. 2. **Инвестиционный фонд 1: 2005 – 2012 гг.**

к концу второго года можно делать обоснованные выводы о качестве управляющего, при этом отметим, что делать это должно руководство компании, опираясь на различные показатели и собственное видение ситуации, мы же только указываем срок, по истечении которого они могут быть достаточно надежными.

Метод 3: Мартингальный подход

Здесь мы попытаемся оценить время, необходимое для оценки качества работы управляющего, используя широко распространенный мартингальный подход. Основой предлагаемого метода служит пример, представленный в книге А.Н. Ширяева [7] (глава II, §5). Ввиду лаконичности изложения, мы позволим себе более подробное описание с некоторыми уточнениями.

Рассмотрим модель, в которой относительное приращение индекса X_n, $n = 0,1, \dots$ определяется рекуррентными соотношениями

$$X_{n+1} = \theta \cdot X_n + (1 - \theta) \cdot \xi_{n+1}, \; n \geq 0, \qquad (2)$$

где величина $\theta \in \mathrm{R}$ является неизвестным параметром. Случайные величины $X_0, \xi_1, \xi_2, \dots$, определенные на некотором вероятностном пространстве (Ω, Φ, P), считаются невырожденными, независимыми и квадратично интегрируемыми, а математическое ожидание всех инноваций ξ_n– равным нулю. Отметим, что множитель $(1 - \theta)$, расположенный в правой части (2) является излишним и участвует в равенстве, обеспечивая сходство с применяемой на практике EWMA моделью (описание модели см., например, у А.Н. Ширяева [7]).

Принимая каждое из значений $X_0, X_1, \ldots$ как результат наблюдений, рассмотрим в качестве оценки параметра θ величину

$$\theta_n = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} \frac{X_k X_{k+1}}{D_{k+1}}}{\sum_{k=0}^{n-1} \frac{X_k^2}{D_{k+1}}}, D_k = D(\xi_k),\ k \in \mathrm{N}, \quad (3)$$

полагая ее равной нулю, в случае если знаменатель дроби обращается в ноль. В дальнейшем мы будем предполагать, что выполнено условие $P\{\omega : X_0(w)=0\}=0$, гарантирующее Р-п.н. неравенство $\sum_{k=0}^{n-1} \frac{X_k^2}{D_{k+1}} \neq 0$.

Используя равенство (2), мы представим (Р-п.н.) оценку θ_n в виде

$$\theta_n = \theta + (1-\theta)\frac{M_n}{A_n},$$

$$M_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{X_k \xi_{k+1}}{D_{k+1}},\quad A_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{X_k^2}{D_{k+1}}.$$

Стохастическая последовательность $(M_n, F_n)_{n\geq 1}$ с фильтрацией $\Phi = \sigma(X_0, \xi_1, \ldots \xi_n)$ образует мартингал, поскольку

$$E(M_n \mid \mathrm{F}_{n-1}) = \left(\sum_{k=0}^{n-2} \frac{X_k \xi_{k+1}}{D_{k+1}} + \frac{X_{n-1}\xi_n}{D_n} \mid \mathrm{F}_{n-1} \right) =$$

$$= \sum_{k=0}^{n-2} \frac{X_k \xi_{k+1}}{D_{k+1}} + \frac{X_{n-1}}{D_n} E(\xi_n \mid \mathrm{F}_{n-1}) = M_{n-1}.$$

В последнем равенстве мы использовали независимость $X_0, \xi_1, \ldots \xi_n$ и равенство $E\xi_n = 0$. Определив $\Phi_0 = \{\varnothing, \Omega\}, M_0 = 0$, рассмотрим разложение Дуба [2] для субмартингала $(M_n^2, F_n)_{n\geq 1}$:

$$m_n = \sum_{k=1}^{n} (M_k^2 - E(M_k^2 \mid \mathrm{F}_{k-1})), A_n =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} (E(M_k^2 \mid \mathrm{F}_{k-1}) - M_{k-1}^2).$$

Компенсатор A_n перепишем в виде

$$A_n = \sum_{k=1}^{n} E(M_k^2 - M_{k-1}^2 \mid \mathrm{F}_{k-1} - M_{k-1}^2) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} E((M_k - M_{k-1})^2 \mid \mathrm{F}_{k-1}) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} E\left(\left(\frac{X_{k-1}\xi_k}{D_k} \right)^2 \mid \mathrm{F}_{k-1} \right) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{X_{k-1}^2}{D_k^2} E(\xi_k^2 \mid \mathrm{F}_{k-1}) = \sum_{k=1}^{n} \frac{X_{k-1}^2}{D_k}.$$

Последнее равенство означает, что предложенная оценка $\theta_n = \theta + \frac{M_n}{A_n}$.

Так как

$$A_1 = E(M_1^2 \mid \mathrm{F}_0) = E(X_0^2 \xi_1^2) = E(X_0^2) \cdot E(\xi_1^2) \neq 0,$$

то для Р-п.н. сходимости $\frac{M_n}{A_n} \to 0, n \to \infty$, эквивалентной Р-п.н. сходимости $\theta_n \to \theta, n \to \infty$, достаточно двух условий[5]

$$\sup_n \frac{D_{n+1}}{D_n} < \infty, \sum_{n=1}^{\infty} E\left[\min\left(\frac{\xi_n^2}{D_n}, 1 \right) \right] = \infty. \quad (4)$$

Возвращаясь к оценке эффективности управляющего, мы рассмотрим для относительных приращений величины пая модель (2), в которой случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots$ имеют одинаковое распределение. В этом случае условия (4) выполнены и оценка $\theta_n = \left(\sum_{k=0}^{n-1} X_k X_{k+1} \right) / \left(\sum_{k=0}^{n-1} X_k^2 \right)$ сходится Р-п.н. к неизвестному параметру θ. Для проверки применимости модели (2) к исследуемому фонду обратимся к графикам изменения оценок θ_n в периоды 2005 – 2006 гг. и 2005 – 2012 гг. *(рис. 3, 4).*

[5] Для строгого доказательства необходимо усилить условие $A_1 \geq 1$ Р-п.н. теоремы 4 до $A_1 > 0$ Р-п.н. и условие $a_n > 0, n \in \mathrm{N}$ задачи 6 до $a_1 > 0, a_n \geq 0$ *при* $n \geq 2$.

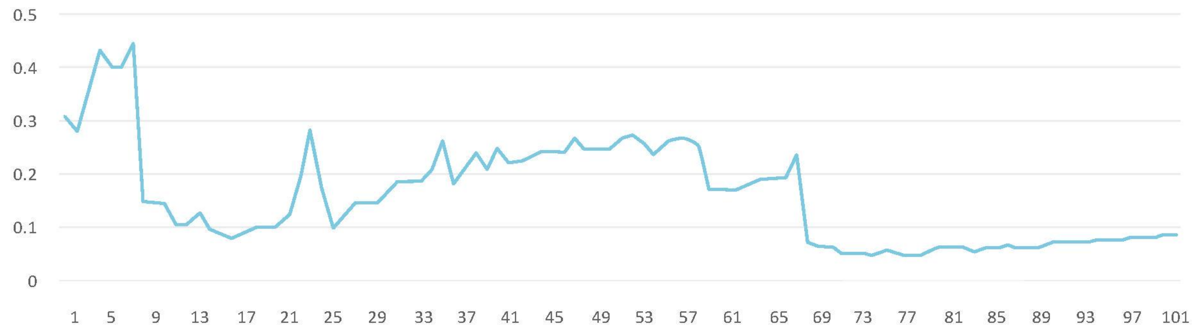

Рис. 3. **Изменение оценки в период 2005 – 2006 гг.**

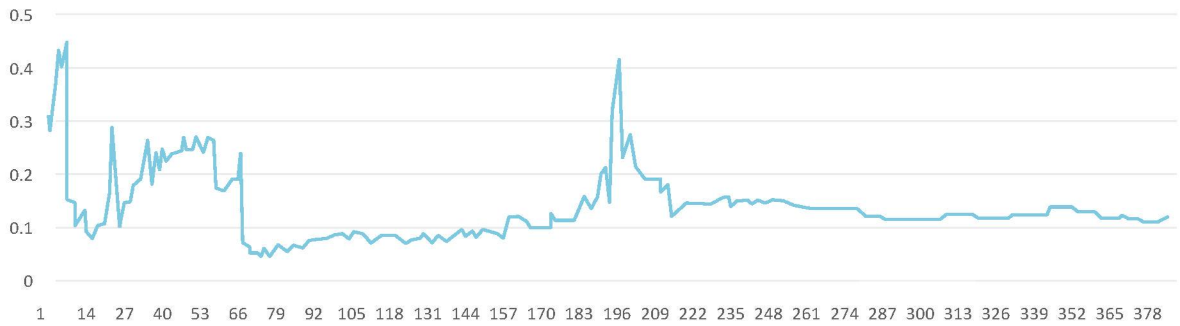

Рис. 4. **Изменение оценки в период 2005 – 2012 гг.**

На представленных графиках мы видим, что сходимость θ_n имеет место. Более того, в конце 2008 года наблюдается характерный всплеск, обусловленный общей нестабильностью рынка, который впоследствии нивелируется. Данный эффект можно интерпретировать как устойчивость используемой модели, что вместе со сходимостью θ_n оправдывает ее применение.

Оцениваемый параметр θ определяет зависимость будущей прибыли X_{n+1} от предыдущего наблюдения X_n и инновации ξ_{n+1}, поэтому может выступать характеристикой риска. Таким образом, оценка эффективности управляющего может основываться на величине θ_n при условии ее близости к истинному значению параметра. При этом время, необходимое для качественной оценки, будет определяться скоростью сходимости θ_n.

Для исследования скорости сходимости рассмотрим период 2005 – 2007 гг. Последнее значение оценки θ_n, равное 0,0889, мы примем за истинное значение θ и для каждого из 12 кварталов этого периода K_j вычислим величину

$$\Delta_j = \max_{n \in K_j} |\theta_n - \theta|, \ j = 1, \dots, 12.$$

Соответствующие *таблицы 10, 11*.

Мы видим, что приемлемая точность оценки θ_n (в смысле сходимости к θ) появляется лишь после 18 – 21 месяцев наблюдений, что согласуется с полученными ранее результатами. Отметим здесь также, что данные по другим фондам приводят к аналогичным цифрам и говорят о необходимости по крайней мере 18 месяцев наблюдений (соответствующий график см. в следующем разделе).

Предложенная модель (2) позволяет инвесторам сравнивать различные фонды по оценкам θ_n. Интересно отметить, что оценки параметра θ, вычисленные для индекса ММВБ не могут служить

Таблица 10. **Динамика величины Δ в период 01.2005 – 06.2006**

Квартал K	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
Длительность наблюдений (мес.)	3	6	9	12	15	18
Величина Δ	0,3570	0,0570	0,1929	0,1773	0,1828	0,1447

Таблица 11. **Динамика величины Δ в период 07.2006 – 12.2007**

Квартал K	K_7	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}	K_{12}
Длительность наблюдений (мес.)	21	24	27	30	33	36
Величина Δ	0,0405	0,0169	0,0159	0,0147	0,0164	0,0037

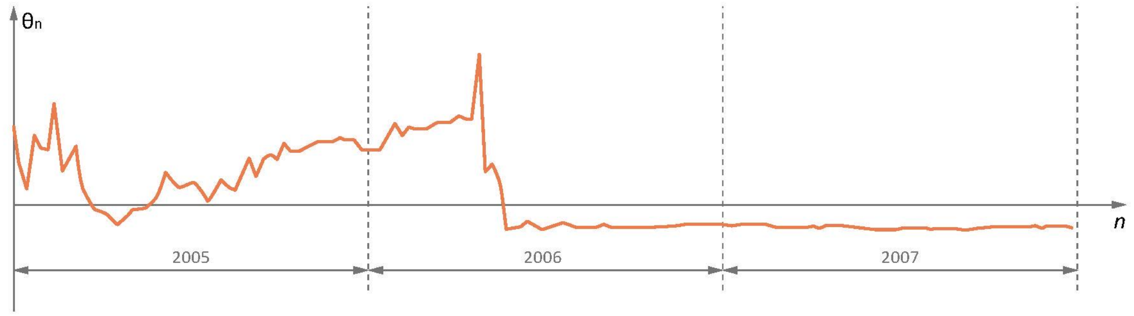

Рис. 5. **Динамика оценки параметра для индекса ММВБ в период 2005 – 2007 гг.**

в данном случае бенчмарком. Действительно, если обратиться к графику последовательности θ_n, соответствующей индексу ММВБ, мы увидим следующую картину *(рис. 5)*.

На графике видно, что с ростом n оценочное значение θ_n становится отрицательным и, следовательно, не может интерпретироваться как мера риска. Ниже мы предложим один из способов построения такого бенчмарка, который может оказаться полезным и в других целях.

Построение универсального индекса

Как уже отмечалось выше, оценка деятельности управляющего в большинстве случаев выражается в сравнении характеристик его фонда (среднего, дисперсии, коэффициента Шарпа) с соответствующими показателями некоторого универсального индекса. До настоящего момента в работе предполагалось, что универсальным является индекс ММВБ. Однако в некоторых случаях более корректным является построение такого индекса, например, на основе стоимости паев крупнейших индексных фондов.

Самым распространенным способом построения универсального показателя по-прежнему остается вычисление среднего арифметического некоторых выбранных величин, что объясняется простотой данной методики и многими замечательными свойствами. Ниже мы предложим усовершенствованный метод расчета, в котором среднее арифметическое заменяется взвешенной суммой. При этом веса выбираются таким образом, чтобы получившийся показатель имел наибольшую корреляцию с ММВБ. Преимущество этого метода заключаются в следующем. Далеко не все индексные фонды точно повторяют структуру индекса (особенно часто это встречается у фондов небольшого размера). У крупных фондов есть другая особенность: из-за своей популярности они часто встречаются с активными вводами/выводами денежных средств, что приводит к необходимости регулярно осуществлять операции, что негативно сказывается на доходности. Вес таких фондов в нашем взвешенном индексе будет минимальна.

Для формулировки поставленной задачи на математическом языке нам потребуются следующие обозначения. Пусть $\bar{v}$ и $\bar{w}$ – векторы пространства R^n, а Σ – строго положительно определенная матрица. Под выражениями $\|\bar{v}\|$ и $\|\bar{v}\|_\Sigma$ мы будем понимать нормы в R^n, порожденные соответственно скалярными произведениями

$$(\bar{v},\bar{w}) = \bar{v}^T \cdot \bar{w} = \sum_{k=1}^{n} v_k w_k$$

$$и \ \ (\bar{v},\bar{w})_\Sigma = \bar{v}^T\ \Sigma\ \bar{w} = \sum_{i,j=1}^{n} v_i \Sigma_{ij} w_j .$$

Используя данные обозначения, сформулируем задачу построения универсального показателя.

Пусть $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n, \eta$ – невырожденные случайные величины, отвечающие значениям стоимости паев выбранных индексных фондов K_1, K_2, ..., K_n и значению индекса ММВБ соответственно. Тогда сформулированная выше задача сводится к нахождению вектора $\bar{\alpha} = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, ..., \alpha_n^*)$, такого, что

$$\bar{\alpha}^* = \arg \max_{\bar{\alpha}\in R^n \setminus \{\bar{0}\}} [\mathrm{cor}(\alpha_1\xi_1 + \alpha_2\xi_2 + \ldots + \alpha_n\xi_n, \eta)].$$

Из свойств коэффициента корреляции следует, что

$$\mathrm{cor}(\alpha_1\xi_1 + \alpha_2\xi_2 + \ldots + \alpha_n\xi_n, \eta) =$$

$$= \frac{\mathrm{cov}(\alpha_1\xi_1 + \alpha_2\xi_2 + \ldots + \alpha_n\xi_n, \eta)}{\sqrt{D\eta}\ \sqrt{D(\alpha_1\xi_1 + \alpha_2\xi_2 + \ldots + \alpha_n\xi_n)}} =$$

$$= \frac{\alpha_1 \mathrm{cov}(\xi_1,\eta) + \alpha_2 \mathrm{cov}(\xi_2,\eta) + \ldots + \alpha_n \mathrm{cov}(\xi_n,\eta)}{\sqrt{D\eta}\ \|\bar{\alpha}\|_\Sigma},$$

где Σ – матрица ковариаций случайных величин $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$, относительно которой мы делаем предположение о строгой положительной определенности. Отметим, что это ограничение не нарушает общности, так как вырожденность матрицы Σ означает линейную зависимость индексов. В этом случае для построения универсального показателя мы можем использовать максимальный независимый набор индексов со строго положительной матрицей ковариаций.

Введя обозначение $\bar{v} = (cov(\xi_1,\eta), cov(\xi_2,\eta), ..., cov(\xi_n,\eta))$, мы можем свести нашу задачу к нахождению максимума функции

$$f_n(\bar{\alpha}) = \frac{\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \ldots + \alpha_n v_n}{\|\bar{\alpha}\|_\Sigma} = \frac{(\bar{\alpha},\bar{v})}{\|\bar{\alpha}\|_\Sigma},$$

которая отличается от коэффициента корреляции постоянным множителем $\sqrt{D\eta}$. Данная функция является однородной (степени 0), так как

$$|\ f_n(\bar{\alpha})\ | = |\ f_n(\lambda\bar{\alpha})\ |\quad \forall \lambda \in R.$$

В силу неравенства Коши-Буняковского

$$f_n(\bar{\alpha}) = \frac{\bar{\alpha}^T \cdot \bar{v}}{\|\bar{\alpha}\|_\Sigma} = \frac{\bar{\alpha}^T \cdot \Sigma \cdot \left(\Sigma^{-1}\bar{v}\right)}{\|\bar{\alpha}\|_\Sigma} =$$

$$= \frac{(\bar{\alpha}, \Sigma^{-1}\bar{v})_\Sigma}{\|\bar{\alpha}\|_\Sigma} \le \left\|\Sigma^{-1}\bar{v}\right\|_\Sigma =$$

$$= \left(\Sigma^{-1}\bar{v}\right)^T \cdot \Sigma \cdot \Sigma^{-1}\bar{v} = \bar{v}^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot \bar{v} = \|\bar{v}\|_{\Sigma^{-1}}$$

функция f_n имеет критические точки, коллинеарные вектору $\Sigma^{-1}\bar{v}$, и в случае сонаправленности векторов $\bar{\alpha}$ и $\Sigma^{-1}\bar{v}$ достигается наибольшее значение $\|\bar{v}\|_{\Sigma^{-1}}$.

Итак, мы показали, что поставленная задача имеет аналитическое решение. Однако найденные веса $\bar{\alpha}^* = \Sigma^{-1}\bar{v}$ могут получиться отрицательными, что не соответствует понятию «взвешенной суммы». Для нахождения «классических» весов необходимо рассматривать задачу максимизации функции f_n на множестве

$$M = \left\{(\alpha_1,\ldots,\alpha_n) : \alpha_i \ge 0 \forall i = 1,\ldots,n;\ \sum_{i=1}^{n}\alpha_i = 1\right\}, \quad (1)$$

которую мы сведем к рассмотренной выше задаче нахождения безусловного экстремума с помощью специального разбиения множества M.

Пусть $\delta \subset \{1,2,...,n\}$ – некоторый непустой набор индексов. Определим множество M_δ с помощью следующего равенства:

$$M_\delta = M \cap \{(\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_n) : \alpha_i > 0 \forall i \in \delta; \alpha_i = 0 \forall i \notin \delta\}$$

Множества M_{δ_1} и M_{δ_2}, соответствующие разным наборам δ_1 и δ_2, не пересекаются, при этом все множество M представляется в виде объединения $\cup M_\delta$ по всем непустым наборам $\delta \subset \{1,2,...,n\}$. Следовательно, решение $\bar{\alpha}^* = argmax f_n|_M$, которое существует в силу компактности множества M, принадлежит одному из множеств M_δ^*. Далее рассмотрим две возможности.

1. Множество M_δ^* соответствует набору δ, состоящему из единственного индекса k. В этом случае множество M_δ^* содержит единственную точку, поэтому $\bar{\alpha}^*$ = (0,0,…,0,1,0,…,0) (в данном наборе единица располагается на k-ом месте).
2. Множество M_δ^* соответствует набору δ, мощности которого больше 1. В этом случае заметим, что

$$f_n(\overline{\alpha})_{M_\delta^*} = \frac{(\overline{\alpha}_\delta, \overline{v}_\delta)}{\|\overline{\alpha}_\delta\|_{\Sigma_\delta}} = f_{|\delta|}(\overline{\alpha}_\delta),$$

где Σ_δ – минор матрицы Σ, соответствующий набору δ, а $\bar{\alpha}_\delta$, $\bar{v}_\delta$ – векторы размерности $|\delta|$, составленные из компонент векторов $\bar{\alpha}$ и $\bar{v}$, образующих набор δ. Иными словами, ограничение функции f_n на множестве M_δ^* является функцией такого же вида размерности $|\delta|$. По доказанному выше, точка α_δ^* является критической для функции $f_{|\delta|}$ и должна быть коллинеарна вектору $\Sigma_\delta^{-1}\bar{v}_\delta$.

Таким образом, задача нахождения максимума функции $f_n|_M$ может быть решена алгоритмически следующим образом. Пусть Δ – множество непустых наборов $\delta \subset \{1,2,...,n\}$, для которых все координаты вектора $\Sigma_\delta^{-1}\bar{v}_\delta$ неотрицательны и хотя бы одна положительна, и

$$\delta^* = \arg\max_{\delta \in \Delta} f_{|\delta|}\left(\Sigma_\delta^{-1}\overline{v}_\delta\right).$$

Тогда максимальное значение функции f_n на множестве M равно $f_{|\delta|^*}(\Sigma_{\delta^*}^{-1}\bar{v}_{\delta^*})$, а точка $\bar{\alpha}^*$, в которой достигается максимум, получается из вектора $\Sigma_{\delta^*}^{-1}\bar{v}_{\delta^*}$ добавлением $n-|\delta^*|$ нулевых компонент.

Рассмотрим одно из возможных приложений построенного выше индекса – его использование как бенчмарка в соответствующей модели. Для иллюстрации мы выберем два инвестиционных фонда и построим для них последовательность θ_n за период 2005 – 2007 гг. График и таблица скорости сходимости θ_n для первого фонда уже рассматривались в предыдущем разделе, для второго – приведены далее (*рис. 6; табл. 12, 13*; последнее значение на графике: θ = 0,1308).

При построении универсального индекса в данном случае весовые коэффициенты получаются равными α_1 = 0,2369, α_2 = 0,7631, а график последовательности θ_n для этого индекса имеет следующий вид *(рис. 7)*.

На этом графике последнее значение θ_n равно 0,1129, что является своеобразным средним соответствующих величин инвестиционных фондов, участвующих в построении индекса.

Таблица 12. **Динамика величины Δ в период 01.2005 – 06.2006**

Квартал К	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
Длительность наблюдений (мес.)	3	6	9	12	15	18
Величина Δ	0,0718	0,1745	0,1839	0,2035	0,1467	0,0832

Таблица 13. **Динамика величины Δ в период 07.2006 – 12.2007**

Квартал K	K_7	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}	K_{12}
Длительность наблюдений (мес.)	21	24	27	30	33	36
Величина Δ	0,0219	0,0211	0,0196	0,0269	0,0270	0,0087

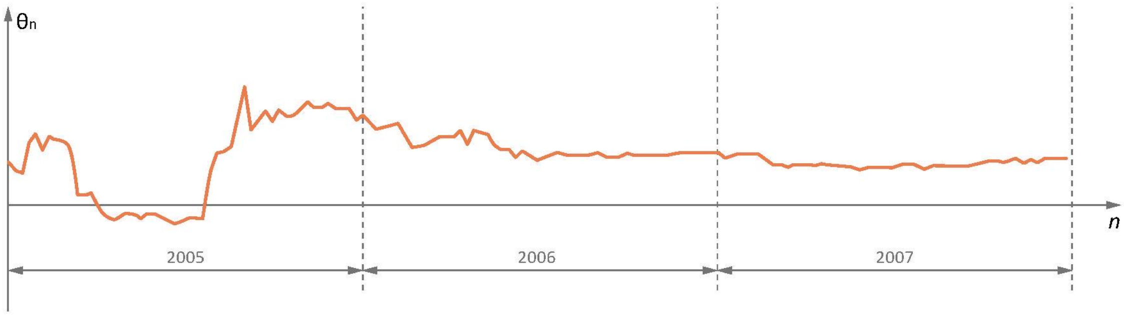

Рис. 6. **Динамика оценки параметра для фонда 2 в период 2005 – 2007 гг.**

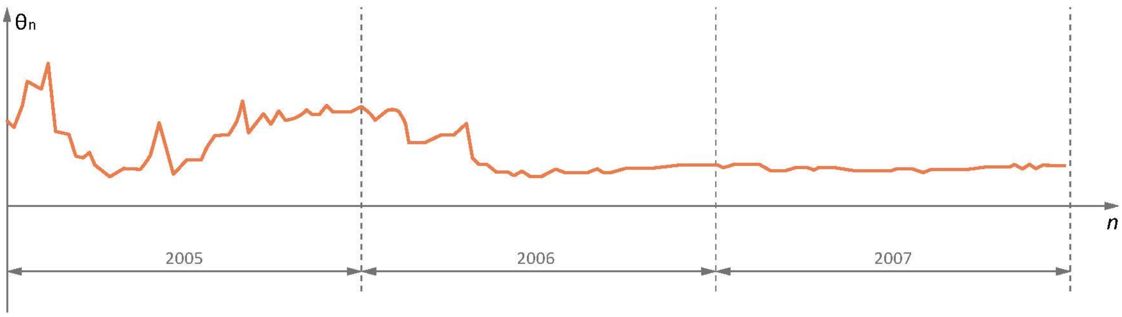

Рис. 7. **Динамика оценки для универсального индекса в период 2005 – 2007 гг.**

ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян, С. А. Прикладная статистика. Основы эконометрики [Текст] / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. – Т. 1. Теория вероятностей и прикладная статистика. – М. : Юнити-Дана, 2001. – 656 с.
2. Дуб, Д. Л. Вероятностные процессы [Текст] / Д. Л. Дуб. – М. : ИЛ, 1956.
3. Петерс, Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике [Текст] / Э. Петерс. – М. : Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.
4. Петерс, Э. Хаос и порядок на рынках капитала [Текст] / Э. Петерс. – М. : Мир, 2000. – 333 с.
5. Халл, Д. К. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты [Текст] / Д. К. Халл ; пер. с англ. – 6-е издание. – М. : ООО И. Д. Вильямс, 2007. – 1056 с.
6. Ширяев, А. Н. Основы стохастической финансовой математики [Текст] / А. Н. Ширяев. – Т. 1. Факты, модели. – М. : МЦНМО, 2016.
7. Ширяев, А. Н. Вероятность [Текст] / А. Н. Ширяев. – Т. 1, 2. – 3-е издание. – М. : МЦНМО, 2004.
8. Engle, R. F. Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice [Text] : American Economic Review / R. F. Engle. – 2004. – Vol. 94 (3). – P. 405–420.
9. Hurst, H. Long-term storage capacity of reservoirs [Text] / H. Hurst // Transactions of American Society of Civil Engineers. – 1951. – Vol. 116. – P. 770–808.
10. Mandelbrot, B. B. Fractals: Form, Chance, and Dimension [Text] / B. B. Mandelbrot. – San Francisco : Freeman, 1977.
11. Mandelbrot, B. B. Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long-run statistical dependence [Text] / B. B. Mandelbrot // Water Resources. Research. – 1969. – Vol. 5. – №5. – P. 967–988.
12. Mandelbrot, B. B. Statistical methodology for non-periodic cycles: from the covariance to R/S analysis [Text] / B. B. Mandelbrot // Annals of Economic and Social Measurement. – New York : Wiley. – 1972. – Vol. 1. – №3. – P. 259–290.

13. Mandelbrot, B. B. Fractional Brownian motions, fractional noises and applications [Text] / B. B. Mandelbrot, J. W. Van Ness // SIAM Review. – 1968. – Vol. 10. – №4. – P. 422–437.
14. Razali, N. Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests [Text] / N. Razali, Y. B. Wah // Journal of Statistical Modeling and Analytics. – 2011. – № 2 (1). – P. 21–33.
15. Rossi, E. Long memory and Periodicity in Intraday Volatility, DEM Working Papers Series 015 [Text] / E. Rossi, D. Fantazzini ; University of Pavia ; Department of Economics and Management, 2012.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Поскольку задача построения взвешенного индекса может иметь практическое значение, в заключении мы приводим текст программы, написанной на языке VBA и реализующей алгоритм поиска коэффициентов взвешенной суммы в MS Excel. Описанная функция принимает в качестве аргумента массив данных, $n + 1$ столбцов одинакового размера со значениями стоимости паев фондов $I_1, I_2, \dots, I_n$ и ММВБ. Результатом функции служит массив длины $n + 1$, содержащий n весов и значение корреляции взвешенного индекса и индекса ММВБ.

```
Function MaxCorrelation(SelUserRange As Range)

' Описание необходимых переменных
Dim i, j, k, n, t, flag,
DeltaLen As Integer
Dim FMax, FMaxNew,
AlphaMaxSum As Double
Dim Covij As Double
Dim CovMatrix() As Double
Dim BartorV() As Double
Dim CovMatrixDelta As Variant
Dim MatrixA() As Double
Dim Delta() As Integer
Dim AlphaMax() As Double
Dim AlphaMaxDelta As Variant
Dim BartorMax() As Double
Dim BartorVDelta() As Double
Dim Results() As Double

' Определение количества индексов, участвующих во взвешенной сумме,
' и переопределение динамических массивов
n =
SelUserRange.Columns.Count - 1
ReDim CovMatrix(1 To n, 1 To n)
ReDim BartorV(1 To n)
ReDim Delta(1 To n)
ReDim AlphaMax(1 To n)
ReDim BartorMax(1 To n)
ReDim Results(1 To n + 1)
```

```
' Заполнение матрицы ковариаций индексов, участвующих
' во взвешенной сумме, и вектора ковариаций со стандартным индексом
For i = 1 To n
For j = i To n
Covij = WorksheetFunction.Covar(SelUserRange.Columns(i), _
SelUserRange.Columns(j))
CovMatrix(i, j) = Covij
CovMatrix(j, i) = Covij
Next j
Next i
For i = 1 To n
BartorV(i) = WorksheetFunction.Covar(SelUserRange.Columns(i), _
SelUserRange.Columns(n +1))
Next i

' Нахождение максимальной корреляции взвешенного индекса
' и стандартного и определение коэффициентов взвешенной суммы
FMax = 0
For t = 1 To 2^n - 1
DeltaLen = 0
j = t
For i = 1 To n
Delta(n - i + 1) = j Mod 2
j = j / 2
DeltaLen = DeltaLen +
Delta(n - i + 1)
Next i
ReDim BartorVDelta(1 To DeltaLen)
j = 1
For i = 1 To n
If Delta(i) = 1 Then
BartorVDelta(j) = BartorV(i)
j = j + 1
End If
Next i

' Matrix A definition and initializing
k = 1
ReDim MatrixA(1 To n, 1 To DeltaLen)
For i = 1 To n
If Delta(i) = 1 Then
For j = 1 To n
If j = i Then
MatrixA(j, k) = 1
Else: MatrixA(j, k) = 0
End If
```

```
Next j
k = k + 1
End If
Next i
CovMatrixDelta = WorksheetFunction.MMult(WorksheetFunction _
MMult(WorksheetFunction.Transpose(MatrixA),CovMatrix), MatrixA)
AlphaMaxDelta = WorksheetFunction.MMult(BartorVDelta, _
WorksheetFunction.MInverse(CovMatrixDelta))
FMaxNew = 0
flag = 1
For i = 1 To DeltaLen
If AlphaMaxDelta(i) < 0 Then flag = 0
FMaxNew = FMaxNew + AlphaMaxDelta(i) * BartorVDelta(i)
Next i
If flag = 1 And FMaxNew > FMax Then FMax = FMaxNew
j = 1
For i = 1 To n
If Delta(i) = 0 Then AlphaMax(i) = 0
If Delta(i) = 1 Then AlphaMax(i) = AlphaMaxDelta(j)
j = j + 1
End If
Next i
End If
Next t

' Нормировка коэффициентов взвешенной суммы
AlphaMaxSum = 0
For i = 1 To n
AlphaMaxSum = AlphaMaxSum +AlphaMax(i)
Next i

' Вывод найденных коэффициентов и максимальной корреляции
For i = 1 To n
Results(i) = AlphaMax(i) / AlphaMaxSum
Next i
Results(n + 1) = Sqr(FMax) /
Sqr(WorksheetFunction.Covar(SelUserRange.Columns(n+ 1),_
SelUserRange.Columns(n + 1)))
MaxCorrelation = Results
End Function
```

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Ивин Евгений Александрович – кандидат физико-математических наук, заместитель заведующего кафедрой эконометрики и математических методов экономики. Московская школа экономики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова». Россия, 119991, г. Москва, Ленинские Горы, д. 1, корпус 61. E-mail: evg.ivin@gmail.com. Тел.: (495) 510-52-67.

Курбацкий Алексей Николаевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры эконометрики и математических методов экономики. Московская школа экономики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова». Россия, 119991, г. Москва, Ленинские Горы, д. 1, корпус 61. E-mail: akurbatskiy@gmail.com. Тел.: (495) 510-52-67.

Словеснов Александр Викторович – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры математического анализа. Механико-математический факультет федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова». Россия, 119991, г. Москва, Ленинские Горы, д. 1. E-mail: alexslovesnov@yandex.ru. Тел.: (495) 510-52-67.

Ivin E.A., Kurbatskii A.N., Slovesnov A.V.

ABOUT THE ASSESMENT OF THE WORKING TIME OF A FUND MANAGER

The paper analyzes the performance of leading Russian mutual investment funds and the Moscow Interbank Currency Exchange (MICEX) index. The authors use different methods to assess the time required for the company's management to draw valid conclusions about the quality of a Fund Manager. The article also shows that the choice of the MICEX index as the benchmark is not always adequate, and in the end of the paper the authors propose a universal index and the program code to enable its use in MS Excel. When considering the issue of investing in stocks, two aspects are usually analyzed: the income, which investor can expect, and the period after which the shares will realize their potential. This article touches upon both these issues and shows how much time is needed for a reliable assessment of the yield of the chosen fund. The findings are based on historical data on return and volatility of the shares observed on the Russian market for the last seven years. The evaluation of the time interval obtained in this paper can be called the average period of implementation of an investment idea in shares. Therefore, if the investor at year-end has not made money off the shares, it does not mean that his/her investment was initially wrong – it could simply be bad luck. In other words, the research findings show that it is not necessary to invest in Russian shares with a horizon of less than 1.5 – 2.5 years. A similar situation is observed for equity funds. Certainly, an average person at a stock market should better choose a unit investment trust as a way of equity investment, but anyway it is not worth to trust investment advisers who promise you a profit in a few months.

Fund Manager, the Russian stock market, probationary period, weighted index.

REFERENCES

1. Aivazyan S. A., Mkhitaryan V. S. *Prikladnaya statistika. Osnovy ekonometriki. T. 1. Teoriya veroyatnostei i prikladnaya statistika* [Applied statistics. Foundations of econometrics. Volume 1. Probability theory and applied statistics]. Moscow: Yuniti-Dana, 2001. 656 p.
2. Dub D. L. *Veroyatnostnye protsessy* [Stochastic processes]. Moscow: IL, 1956.
3. Peters E. *Fraktal'nyi analiz finansovykh rynkov. Primenenie teorii khaosa v investitsiyakh i ekonomike* [Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics]. Moscow: Internet-treiding, 2004. 304 p.
4. Peters E. *Khaos i poryadok na rynkakh kapitala* [Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility]. Moscow: Mir, 2000. 333 p.
5. Hull J.C. *Optsiony, f'yuchersy i drugie proizvodnye finansovye instrumenty* [Options, Futures, and Other Derivatives]. Translated from English, 6th edition. Moscow: OOO I. D. Vil'yams, 2007. 1056 p.
6. Shiryaev A. N. *Osnovy stokhasticheskoi finansovoi matematiki. T. 1. Fakty, modeli* [Fundamentals of stochastic financial mathematics. Volume 1. Facts and models]. Moscow: MTsNMO, 2016.
7. Shiryaev A. N. *Veroyatnost'* [Probability]. Volumes. 1, 2. 3rd edition. Moscow: MTsNMO, 2004.
8. Engle R. F. Risk and volatility: econometric models and financial practice. *American economic review,* 2004, vol. 94 (3), pp. 405–420.
9. Hurst H. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of American Society of Civil Engineers,* 1951, vol. 116. – P. 770–808.
10. Mandelbrot B. B. *Fractals: form, chance, and dimension*. San Francisco: Freeman, 1977.
11. Mandelbrot B. B. Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long-run statistical dependence. *Water resources research,* 1969, vol. 5, no. 5, pp. 967–988.
12. Mandelbrot B. B. Statistical methodology for non-periodic cycles: from the covariance to R/S analysis. *Annals of economic and social measurement*, 1972, vol. 1, no.3, pp. 259–290.
13. Mandelbrot B. B., Van Ness J. W. Fractional Brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM review*, 1968, vol. 10, no. 4, pp. 422–437.
14. Razali N., Wah Y. B. Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests. *Journal of statistical modeling and analytics*, 2011, no. 2 (1), pp. 21–33.
15. Rossi E., Fantazzini D. Long memory and Periodicity in Intraday Volatility. *DEM Working Papers Series 015.* University of Pavia; Department of Economics and Management, 2012.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Ivin Evgenii Aleksandrovich – Ph.D. in Physics and Mathematics, Deputy Head of the Department for Econometrics and Mathematic Methods in Economics. Moscow School of Economics at the Federal State-Financed Educational Institution of Higher Education "Lomonosov Moscow State University". 1, building 61, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia. E-mail: evg.ivin@gmail.com. Phone: +7(495) 510-52-67.

Kurbatskii Aleksei Nikolaevich – Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor at the Department for Econometrics and Mathematic Methods in Economics. Moscow School of Economics at the Federal State-Financed Educational Institution of Higher Education "Lomonosov Moscow State University". 1, building 61, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia. E-mail: akurbatskiy@gmail.com. Phone: +7(495) 510-52-67.

Slovesnov Aleksandr Viktorovich – Ph.D. in Physics and Mathematics, Senior Lecturer at the Department for Mathematical Analysis. Faculty of Mechanics and Mathematics at the Federal State-Financed Educational Institution of Higher Education "Lomonosov Moscow State University". 1, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia. E-mail: alexslovesnov@yandex.ru. Phone: +7(495) 510-52-67.